

TRABAJO FIN DE GRADO



Estudio numérico de segregación en un lecho fluido

Grado en Ingeniería Mecánica

Tutor: Fernando Hernández Jiménez
Alumno: Alejandro Leo Sánchez

ÍNDICE

Índice de figuras.....	iii
Índice de tablas.....	iv
Resumen.....	v
Abstrat.....	v
1.Introducción.....	1
1.1 Objetivo del trabajo.....	1
1.2 Alcance del trabajo.....	1
2. Fluidización.....	3
2.1 Definición.....	3
2.2 Marco Histórico	3
2.3 Tipos de fluidización.....	5
2.4 Tipos de lechos.....	8
3. Segregación.....	11
3.1 Introducción.....	11
3.2 Estudios.....	13
3.3 Índice de segregación.....	14
3.3.1 Método de la altura media.....	15
3.3.2 Método del vecino más cercano.....	15
3.3.3 Método de la distancia vecina.....	15
3.3.4 Método de Lacey.....	15
3.3.5 Método de la entropía de la mezcla.....	16
3.3.6 Método del número de coordinación.....	16
3.3.7 Método del índice de partículas.....	16
3.3.8 Método Siiria.....	17

4. Marco Regulador.....	19
5. Pasos del estudio.....	20
5.1 Selección de los casos del estudio.....	20
5.2 Mfix.....	22
5.2.1 Código Mfix.....	24
5.2.2 Particularidades del código Mfix de los casos.....	29
5.3 Post-procesado mediante Paraview.....	30
5.4 Obtención del índice de segregación mediante matlab.....	32
6. Resultados obtenidos y análisis de resultados.....	35
7. Costes.....	45
8. Conclusiones.....	47
9. Proximos estudios.....	49
Bibliografía.....	50

Indice de figuras

Figura 1. Fluidización burbujeante.....	6
Figura 2. Slugging.....	7
Figura 3. Fluidización circulante.....	8
Figura 4. Lecho fijo y fluidizado.....	10
Figura 5. Rop_SO(2).....	31
Figura 6. Escala de grises.....	31
Figura 7. Puntos componentes x e y.....	32
Figura 8. Paso a imagen en blanco y negro en matlab.....	33
Figura 9. Caso 1.....	36
Figura 10.Caso 2.....	37
Figura 11.Caso 3.....	39
Figura 12.Caso 4.....	40
Figura 13.Caso 5.....	42
Figura 14.Caso 6.....	43

Índice de tablas

Tabla 1.	Métodos para calcular el índice de mezclado.....	17
Tabla 2.	Casos del proyecto.....	20
Tabla 3.	Velocidad mínima de fluidización.....	21
Tabla 4.	Velocidad de entrada de gas al lecho.....	21
Tabla 5.	Dimensiones de la vasija.....	29
Tabla 6.	Fracción del solido.....	30
Tabla 7.	BC_TYPE.....	30
Tabla 8.	Proceso del caso 1.....	35
Tabla 9.	Proceso del caso 2.....	37
Tabla 10.	Proceso del caso 3.....	38
Tabla 11.	Proceso del caso 4.....	40
Tabla 12.	Proceso del caso 5.....	41
Tabla 13.	Proceso del caso 6.....	43
Tabla 14.	Resumen de los IS.....	44

RESUMÉN:

En este proyecto se hará un estudio de diferentes casos en un lecho fluido para poder ver cómo influye tanto la densidad como el diámetro de las partículas a la hora de mezclarse en el lecho por medio de simulaciones numerica CFD.

Para ello se introducirán dos tipos diferentes de partículas, tanto en densidad en unos casos como en diámetro en otros casos, dichas partículas en un principio estarán completamente segregadas. Cuando entren en un estado estacionario se medirá el índice de segregación de cada caso.

Para poder obtener este índice de segregación se realizarán diferentes pasos, el primer paso será obtener una simulación de cada uno de los casos mediante el programa Mfix, el siguiente paso será hacer un post-procesado de la simulación mediante el programa *Paraview* y finalmente con el programa *Matlab* poder utilizar los datos obtenidos en el *Paraview* para obtener una gráfica en la que se muestre el desarrollo del índice de segregación y poder dar un valor aproximado del mismo.

ABSTRAT:

In this project a study of different cases in a fluid bed will be made to see how both the density and the diameter of the particles influence when they mix in the bed by means of CFD numerical simulations.

For this, two different types of particles will be introduced, both in density and in diameter in other cases. Such particles will at first be completely segregated. When the state steate is reached, the index of segregation in each case is calculated.

To obtain this index of segregation, different steps are performed, the first step will be to simulate each of the cases using the Mfix code, the nest step will be to perform a post-processing of the simulation data using the Paraview software and finally use Matlab to graphically show the time evolution of the index of segregation and to extract an approximate value.

1. INTRODUCCIÓN

1.1 Objetivo del Trabajo

El objetivo del trabajo es hacer un estudio numérico en un lecho fluido bidimensional en el cual se estudien diferentes casos con dos tipos de partículas diferentes y con una segregación inicial total para observar y poder dar unos resultados de cómo afecta esta segregación inicial al comportamiento del lecho fluido.

Para ello se estudiarán casos en los que la segregación sea entre dos tipos diferentes de partículas. En dichos casos se dispondrá de partículas del mismo diámetro y partículas de diferente tamaño. También se estudiarán casos de partículas de igual densidad y de diferente densidad.

Todos los casos se estudiarán para dos formas distintas de segregación inicial de las partículas; la primera con una segregación vertical en la vajilla y la segunda con segregación vertical.

Con ello se intentará ver con qué tipos de partículas y con qué tipo de segregación inicial obtenemos un mejor funcionamiento del lecho fluido, para ello se obtendrá un índice de segregación por el cual se pueda comparar todos los casos.

1.2 Alcance del Trabajo

Para realizar dicho estudio se utilizarán 3 diferentes tamaños de partículas (0,5 mm; 0,7 mm y 1,15 mm). También se realizara un caso en el que actúen partículas del mismo diámetro (1,15 mm) pero dos densidades diferentes (2500 Kg/m³ y 4100 Kg/m³). Estas partículas al comienzo estarán separadas de dos maneras diferentes para mostrar si la disposición inicial de las partículas tiene influencia a la hora de mezclarse.

Todos estos casos serán estudiados mediante el uso del programa Mfix, en el cual se prepararán los diferentes casos mediante un modelo de Two-Fluid Model.

Posteriormente serán compilados mediante el compilador FORTRAN, posteriormente los resultados de la simulación serán observados mediante el programa Paraview y finalmente se utilizara el programa MATLAB para obtener el índice de segregación de cada caso.

2. FLUIDIZACIÓN

2.1 DEFINICIÓN

El fenómeno mediante el cual partículas sólidas adquieren un comportamiento semejante al de un líquido se le llama fluidización.

La aplicación más utilizada para llevar a cabo la fluidización son los lechos fluidizados. Los sistemas de lechos fluidizados están formados por una vasija que se encuentra llena de partículas sólidas.

Se obliga a una corriente de fluido (gas o líquido) a circular entre ellas de forma ascendente, atravesándolas. La vasija se encuentra apoyada sobre un distribuidor. Éste consta de una serie de orificios o se construye de un material poroso de forma que permite a la corriente circular a través de él. Mediante la suspensión de las partículas en la corriente, éstas alcanzan las cualidades de un fluido.

Atendiendo a los dos tipos de fluido que pueden ser empleados, líquidos y gases, existen dos tipos de fluidización: *fluidización sólido-gas* y *fluidización sólido-líquido*.

2.2 MARCO HISTÓRICO

En 1938, se realizó un experimento de la mano de Lewis y Gilliland que significó el inicio de la investigación científica de la fluidización. La fluidización aparece con fuerza en los años 50, tras una década de obtención de datos y el conocimiento del FCC (Fluid Catalytic Cracking), proceso con el que se refinaba el petróleo. A partir de esto, la fluidización comenzaría a establecerse dentro de la Ingeniería Química. Richard H. Wilhelm y Mooson Kwauk son parte importante de este período ya que investigaron los procesos de fluidización, como el refinamiento del petróleo citado anteriormente, entre 1945 y 1948.

Hubo un importante crecimiento de la fluidización en los años 60. concretamente, de la hidrodinámica de las burbujas, desarrollado de manera teórica por Davidson en el año 1961, y experimentalmente por Partridge dos años después. Esta etapa está marcada por la investigación mediante herramientas fluidomecánicas.

El trabajo realizado por Davidson se mejoró años más tarde (1969) por Kunii y Levenspiel con el modelo de lecho burbujeante. En estos años, se aplicaron los conocimientos al desarrollo de reactores químicos. Tuvo gran importancia el estudio de Anderson y Jackson con el modelo de dos fluidos y la publicación de su libro *“La Ingeniería de la Fluidización”*.

En los años que siguieron se creó un período de confusión debido al pensamiento de muchos investigadores del campo de la fluidización, de que ya estaba casi todo el trabajo hecho en el mismo, y que no habría mucho más que desarrollar. Seguía creciendo el FCC, debido a que este período era el posterior a la Segunda Guerra Mundial [7].

El período de incertidumbre duró apenas tres años, ya que, en 1973, Geldart compartió el conocimiento de la clasificación de las características del polvo. Esta se dividía en varios grupos: Grupo A, aireable; Grupo B, burbujeante; Grupo C, cohesivo; Grupo D, difíciles de fluidizar libremente. Aunque este estudio no podía explicarse mediante la teoría de Davidson.

Así mismo, Werther, en 1974 aportó sabiduría con el efecto del diámetro del lecho y la altura en la distribución lateral de las burbujas. Y un año más tarde, provocó el mismo efecto el modelo de crecimiento axial de las burbujas (Mori y Wen). Esto significó una mejora en la fluidización con burbujas, pues introdujeron nuevos estudios acerca de las distribuciones en distintas direcciones de las mismas.

El concepto de fluidización rápida y turbulenta fue desarrollado por Yerushalmi, Graff, Gluckman, Squires y Dobner en 1975. Estos trabajaron con los distintos comportamientos de la presión (tanto la superficial con la del gas). En 1980, Li y Kwauk explicaron la distribución longitudinal de la porosidad en forma de “Z” a través de toda la distancia vertical de la columna y para distintos tipos de polvo.

Mientras, Folke Engström desarrollaba en Finlandia una caldera CFB (combustión en lecho fluidizado) con una membrana del tipo de las paredes de un intercambiador de calor. En el año 1985 se presentaron las primeras mediciones con lechos circulantes, en la Conferencia Internacional de Halifax, lo que marca un antes y un después en la historia de la investigación en el campo de la fluidización.

El comienzo de la última etapa fundamental de esta ciencia tuvo lugar entre 1995 y 1997. A partir de entonces se han realizado grandes

avances en el diagrama de fases de la suspensión de partículas del gas, así como de la aplicación de la fluidización rápida y turbulenta para el transporte neumático, lo que prueba las teorías publicadas años anteriores de Li y Kwauk, en 1980, y Matsen, en 1984.

En los últimos años, la tecnología de la fluidización se ha convertido en una parte importante de las industrias y de nuestra sociedad. Sin embargo, todas las aplicaciones de este campo dirigidas al refinamiento del petróleo, se han de revisar, cumpliendo con las normas internacionales para disminuir el efecto invernadero.

Se realizan investigaciones a favor del crecimiento de la ciencia, como los procesos CVD (Deposición Química de Vapor) que produce materiales de alta pureza y rendimiento, normalmente en la industria de los semiconductores, o como la reducción de emisiones GHG (gas de efecto invernadero) en la producción del hierro. Como indica el momento actual, la fluidización tiene aún mucho margen de mejora y de investigación, puesto que está en constante crecimiento [8].

2.3 TIPOS DE FLUIDIZACIÓN

Existen, diferentes tipos de fluidización en función del tipo de fluido que se utilice en el sistema [13].

Cuando se procesa con un líquido:

- **Fluidización particulada:** Se produce cuando el fluido es un líquido, lo que provoca que las partículas sólidas se encuentren más separadas, y se produzca la expansión uniforme del lecho.

Cuando se trata de un gas:

- **Fluidización burbujeante:** Esta ocurre por la acción de un gas, normalmente aire (barato y fácil de conseguir y tratar), que pasa por los huecos existentes entre las partículas sólidas, en forma de burbujas [10].

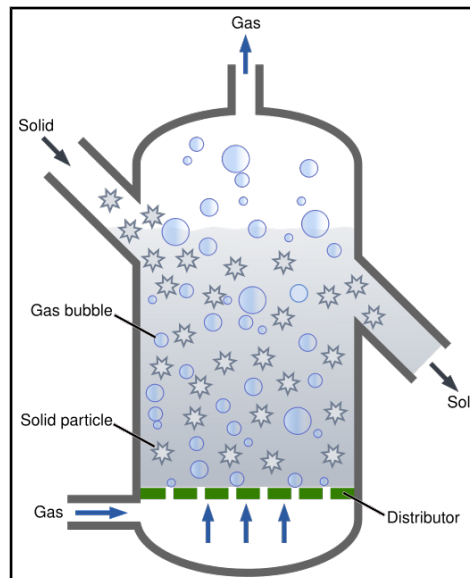


Figura 1. Fluidización burbujeante Se muestra la vasija donde se encuentran las partículas sólidas suspendidas por la acción del gas, que provoca una fluidización burbujeante.

Las burbujas aparecen en las cavidades que dejan entre sí las partículas sólidas del lecho. El comportamiento de un lecho fluidizado es similar al de un líquido de baja viscosidad cuando ambos burbujean.

Las burbujas que se generan tienen diferente forma dependiendo del tamaño. Las más pequeñas poseen un aspecto esférico, y según van creciendo se van alargando. Varias burbujas pueden crear por coalescencia una sola de mayor tamaño, lo que supone que ascienda a una velocidad más alta dentro de la vasija.

Taylor y Davies conformaron una expresión para hallar aproximadamente la velocidad de ascenso en la vasija de una burbuja según su diámetro. El resultado se acerca más al real cuando se trata de un gran tamaño de la misma. Esta es la expresión:

$$u_{ab} = 0.711 \cdot (g \cdot d_b)^{1/2}$$

En el caso de que se trate de una burbuja con un diámetro cercano al de la vasija, es decir, que haya slugging, se tiene la siguiente expresión modificada:

$$u_{ab} = 0.35 \cdot (g \cdot D)^{1/2}$$

Donde:

- u_{ab} es la velocidad de ascenso de una burbuja, en m/s.
 - g es la aceleración de la gravedad, en m/s^2 .
 - d_b es el diámetro de una burbuja esférica de igual volumen que la real, en m.
 - D es el diámetro de la vasija, en m.
- **Slugging:** Conforme la velocidad del gas va siendo mayor, y teniendo una cierta altura de la vasija, las burbujas se hacen cada vez más grandes, llegando incluso a ocupar todo el ancho de la misma. Se forman entonces capas de gas que levantan las partículas fluidizadas del lecho que quedan por encima, hasta que la burbuja se deshace y caen los sólidos.

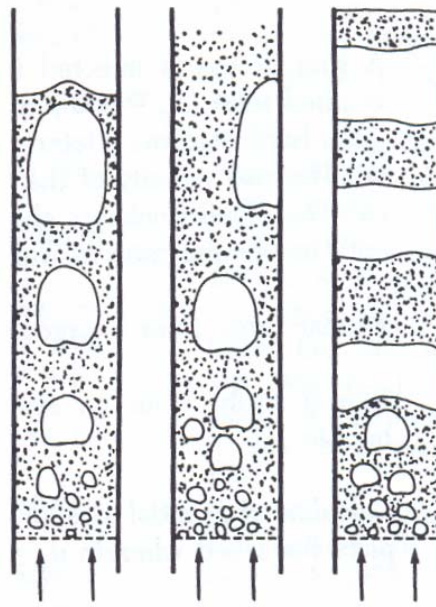


Figura 2.Slugging Representación de la evolución de un lecho hasta formar el slugging.

- **Fluidización circulante:** Cuando la velocidad de la corriente del fluido es muy alta (velocidad terminal), provoca que las partículas sólidas se muevan rápidamente arrastradas por el primero llegando incluso a sobresalir de la vasija. Para mantener dichas partículas dentro del contenedor, se crea un ciclón que las devuelve.

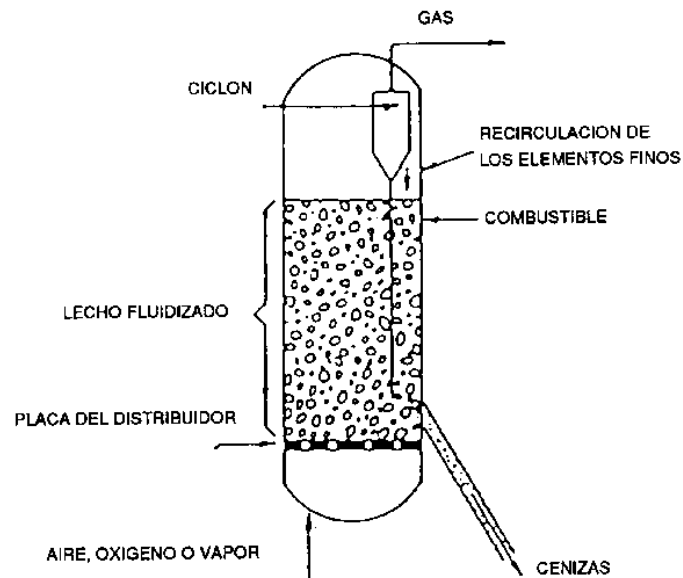


Figura 3. Fluidización circulante Fluidización con recirculación de las partículas sólidas.

2.4 TIPOS DE LECHOS

Es importante conocer los dos estados diferentes del lecho dentro de la vasija.

Estos dependen de condiciones externas como el tipo de fluido elegido para pasar por el lecho, ya que no es igual el efecto que produce un líquido en el movimiento de partículas del lecho, que el que pueda hacer un gas. Además, es vital el efecto de la velocidad mínima de fluidización, ya que cuando se alcanza esta, se cambia de un estado a otro.

Lecho fijo:

Este es el estado de mayor estabilidad, en el que las partículas sólidas del lecho se encuentran inmóviles en su posición. Esta inmovilidad puede ocurrir aun con la presencia de un fluido que atraviese la vasija y pase por los huecos que aparecen entre

dichas partículas, mientras que no se supere la velocidad mínima a la que el lecho comienza su movimiento.

Esa velocidad es la denominada **mínima de fluidización**. Existe una pérdida de presión directamente proporcional a la velocidad del fluido. Tiene un valor pequeño para el caso de lecho fijo, ya que tanto la velocidad como el caudal del líquido o gas deberán ser también bajos.

La situación más favorable para que no se produzca movimiento de las partículas es que no haya ningún fluido que esté en contacto con ellas. Pero esta es una opción que no se contempla puesto que el proceso industrial se basa en la transferencia de calor entre dos elementos, uno sólido y otro fluido.

También se puede dar la circunstancia de que haya un fluido que atraviese la vasija entre los huecos del lecho, pero que la dirección que tome sea en vertical hacia abajo, con lo que las partículas sólidas sufrirían aplastamiento hacia la base de la vasija. No se produciría por tanto movimiento alguno.

Lecho Fluido:

A medida que se va aumentando la velocidad de la corriente del fluido, el valor de la pérdida de presión también es mayor, y se llegará a un punto en el que esta se iguale a la presión producida por el propio peso de las partículas del lecho. Esto provocará que dichas partículas queden suspendidas en el fluido, comenzándose a formar el movimiento de las mismas.

La fluidización no se produce de igual manera si se utiliza un líquido o si se trata de un gas cuando se quiere provocar transferencia de calor del fluido al lecho.

Una vez se ha sobrepasado la velocidad de mínima fluidización, en el caso de usar un líquido, como pueda ser el agua, el lecho fluidizado comienza a moverse de forma homogénea. Sin embargo, cuando el lecho se mueve en presencia de un gas, lo hace de manera turbulenta, llegándose a formar burbujas que aumentan de

tamaño conforme ascienden en la vasija, y que se producen en los huecos que quedan entre las partículas sólidas del lecho.

Cabe destacar, que si se elige el gas como fluido en el proceso, es importante el tamaño de la partícula (o el diámetro). Si es pequeño, cuando la velocidad es cercana a la mínima de fluidización, y por encima de ésta, se realiza el proceso homogéneamente como si se tratara de un líquido. Si se continúa aumentando la velocidad del gas, el lecho pasará a un estado burbujeante.

Si se tienen partículas con un tamaño medio o grande, nada más sobrepasar la velocidad de mínima fluidización, el lecho se transformará en burbujeante, sin pasar por un estado intermedio.

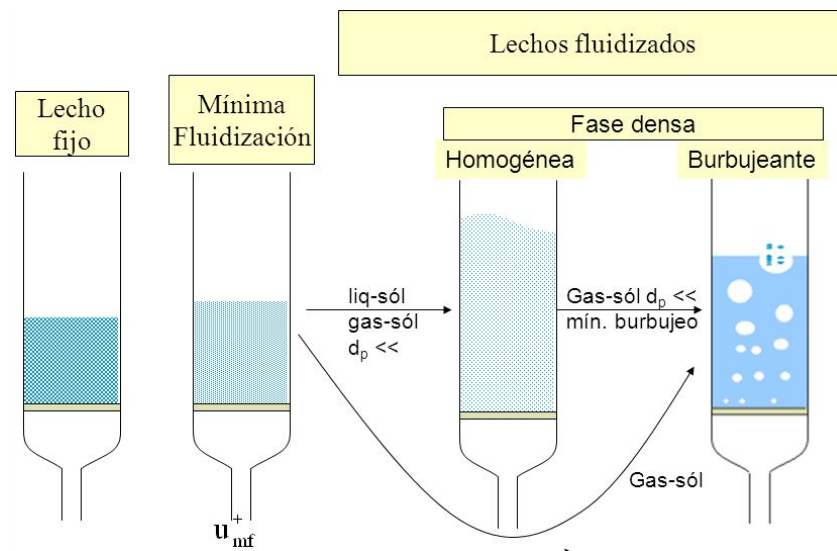


Figura 4. Lecho fijo y fluidizado[13] Ilustración de un lecho fijo y las diferentes fases de un lecho fluidizado.

Es importante destacar la altura del lecho en función de la fase en la que se encuentre el mismo. Permanecerá constante en un lecho fijo. Sin embargo, comenzará a ascender cuando se alcance la velocidad mínima de fluidización y por tanto el lecho pase a considerarse fluidizado.

3. SEGREGACIÓN

3.1 INTRODUCCIÓN:

En los últimos años se han desarrollado numerosas aplicaciones de los lechos fluidizados en las que las partículas presentes son de diferente tamaño o densidad.

En ellas, se produce un equilibrio dinámico entre las tendencias de mezclado y de segregación. El fenómeno de segregación se caracteriza por la separación entre las especies diferentes presentes. Gracias a ella, pueden separarse los sólidos distintos.

Lograr un buen mezclado de sólidos particulares de diferente tamaño y densidad es de suma importancia para muchas industrias. Las partículas que pueden fluir se segregan naturalmente. En el caso de las mezclas de líquidos miscibles y gases, el flujo convectivo logra un mezclado macro, mientras que los procesos difusivos logran el mezclado a nivel micro.

Consecuentemente, las mezclas de gases y líquidos si se dejan el tiempo suficiente tienden a homogeneizar la composición de la mezcla. Las mezclas sólidas nunca alcanzan tal homogeneidad porque tienden a segregarse, mientras que los líquidos y sólidos tienden a mezclarse.

CAUSAS DE LA SEGREGACIÓN:

Las propiedades que favorecen la segregación son las siguientes[41]:

- Distribución de tamaño: El tamaño es una de las principales causas de segregación. Cuanto más anchas sean las distribuciones de tamaño de partículas mayor es la segregación. Cuanto más grandes son las partículas se observa mayor segregación.
- Densidad: Las partículas muy densas se ubican preferencialmente en el centro de las pilas. Cuando se utiliza aire para el transporte o fluidización, estas partículas sedimentan con las más gruesas.
- Forma: Las partículas esféricas tienden a comportarse como sólidos gruesos, en cambio las no esféricas tienen un comportamiento similar a los finos.

- Adhesión: Si algunas partículas experimentan adhesión con las paredes de una línea de transporte, puede conducir a problemas de segregación.
- Cohesividad: Si las partículas son cohesivas, tratan de estar juntas, por lo tanto se reduce la segregación.

MECANISMOS DE SEGREGACIÓN:

A continuación se presentan algunos mecanismos de segregación usuales[41].

- Segregación por trayectoria: Las distancias recorridas por las partículas son proporcionales al tamaño de las mismas, cuanto más grandes son se descargan a mayor distancia.
- Percolación de finos: Si la mezcla vibra, las partículas más pequeñas pueden percolar entre las grandes. Por esta razón, los finos se encuentran preferencialmente en el fondo y los gruesos en el tope. También este efecto se observa en la formación de pilas, los gruesos se concentran en la superficie de la pila y los finos en el centro de la misma.
- Ascenso de partículas grandes debido a efectos de vibración: Si una mezcla es sometida a vibración, las partículas más grandes se mueven hacia arriba. Por ejemplo se coloca una bola de acero en el fondo de un lecho de arena, luego de la vibración del lecho puede observarse que la bola asciende a la superficie. Este efecto se denomina “brazil nut effect”. En Internet se encuentran interesantes experimentos vinculados a este efecto. Si bien es muy conocido el efecto aún no se ha logrado darle una interpretación científica convincente.
- Segregación por elutriación: Cuando una mezcla se fluidiza, las partículas más pequeñas pueden elutriar siempre y cuando la velocidad del gas que circula exceda la velocidad terminal de las mismas

REDUCCIÓN DE SEGREGACIÓN:

La segregación de partículas no puede ser eliminada por completo, sin embargo puede ser reducida. Los cambios en el sistema que pueden minimizar la segregación son:

- Modificación de los sólidos particulares: Una de las razones principales de segregación es la diferencia de tamaño. Por lo tanto, es posible moler las más grandes o aglomerar las más pequeñas. Otra posibilidad es tamizar, y trabajar con partículas en corte estrecho.
- Modificación del equipamiento: Por ejemplo cuando una mezcla se transporta por un ducto, los gruesos (que fluyen en la parte superior de la tubería) son descargados a mayor distancia que los finos. Se puede colocar en el punto de descarga un plano que reduzca la segregación al obligar a los gruesos a integrarse a la corriente de finos.
- Modificación del proceso: Una posibilidad es agregar algún ligante a la mezcla para “pegar” las partículas finas a las gruesas, sin embargo limitaciones del proceso como un valor máximo de humedad, etc., pueden hacer inviable este cambio operativo. Si la mezcla está compuesta por partículas de distinto tamaño el transporte en líneas con pendientes debe ser evitado.

3.2 ESTUDIOS

El entendimiento del comportamiento de este tipo de sistemas ha sido posible gracias al estudio de sistemas binarios de partículas. Estos sistemas resultan fáciles de categorizar y de estudiar. Por ello, en adelante este aparatado se centra en ellos, sabiendo que es posible extrapolar los resultados obtenidos a través de éstos a modelos más complejos con cierta confianza [18].

Cuando los sistemas binarios son fluidizados, la tendencia de segregación de las partículas de diferente densidad o tamaño conduce a su movimiento hacia la parte superior o inferior del lecho, variando la concentración. Unos tienden a ascender (*Flotsam* -partículas que tienden a situarse en la parte superior-, y otros tienden a descender (*Jetsam* -partículas que tienden a situarse en la parte inferior). Esta tendencia también se aprecia en sistemas multicomponentes.

Sin suponer una gran pérdida de precisión, esta tendencia puede ser generalizada de la siguiente forma:

- En el caso de partículas sin ninguna diferencia de densidad, las partículas más grandes se sitúan en la parte superior.
- En el caso de que exista diferencia de densidad, las partículas más densas se sitúan en la parte inferior.

En mezclas binarias y multicomponente, la velocidad de mínima fluidización es función de los componentes presentes y de sus proporciones, y varía entre un punto y otro del lecho, dependiendo de la composición local. Por ello, los métodos tradicionales para medir esta velocidad no pueden ser empleados para estos sistemas.

3.3. INDICE DE SEGREGACION

El índice de segregación es lo opuesto al índice de mezcla, ya que el índice de segregación indica como de segregada están las partículas y el índice de mezcla muestra como de mezcladas están las partículas. Ambas cuantifican de 0 a 1 por lo que una está relacionada con la otra.

Generalmente, es difícil cuantificar con precisión el comportamiento de mezcla de partículas bajo las condiciones experimentales. Pero si el DEM (Método de Elementos Discretos) se utilizó para describir la partícula en el proceso de simulación, se puede obtener información de varios detalles de las partículas con precisión, como la posición de la partícula en cualquier momento, por lo que se puede obtener el cálculo cuantitativo preciso de la mezcla de partículas.

Muchos investigadores científicos han dado una variedad de definición y métodos de cálculo del índice de mezcla de partículas y se utiliza diferente índice de mezcla en diferentes publicaciones. En los siguientes apartados se comentaran algunos de los índices de mezclados.

3.3.1 Método de altura media

El método de la altura media es un método muy simple mediante el control de la altura media de la parte diferente de partículas coloreadas y ha sido ampliamente utilizado [30].

Teniendo en cuenta el sistema mono disperso, las partículas se pueden dividir en mitades dando diferentes colores. Para la dirección vertical en el proceso de mezcla, la mitad superior y la mitad inferior de las partículas son de color blanco y negro por separado.

3.3.2 Método del vecino más cercano

En el método de vecino más cercano, las partículas se dividen en mitades y son coloreadas de blanco y negro en primer lugar.

Posteriormente, doce partículas más cercanas se definen como partículas vecinas para cada partícula. Durante un tiempo determinado, si la partícula y sus vecinos tienen el mismo color, las partículas no están mezcladas. Cuando más de la mitad de las vecinas tienen diferente color, están mezcladas totalmente.

3.3.3 Método de distancia vecina

El método de distancia vecina es un tipo de método para determinar el grado de mezcla por la distancia de dos puntos más cercanos partículas.

Para dos partículas determinadas, la distancia entre sus centros se determina inicialmente, que es aproximadamente el diámetro de una partícula. La distancia aumentaría a medida que las partículas se mezclaran gradualmente. La curva de la distancia entre el vecino más cercano con el tiempo no es suave porque el lecho se expande y se derrumba.

3.3.4 Método Lacey

Lacey índice se desarrolló mediante el análisis estadístico y se utilizó más ampliamente en muchos informes [26]. En el primer paso, las partículas coloreadas de blanco y negro se dividen en un grupo de píxeles. El índice de Lacey depende de

la cantidad de pixeles, blancos o negros, en un instante de tiempo comparado con el número de pixeles blancos total.

3.3.5 Método de entropía de mezcla

En el método de entropía de mezcla, se calcula la entropía de mezcla local $e(k)$ en la celda de malla específica.

3.3.6 Método del número de coordinación

El número de coordinación se puede utilizar para investigar el índice de mezcla en el nivel individual [33]. Para una partícula y otra partícula en el lecho, si la distancia entre sus superficies es menor que 10% d , que es el diámetro de las partículas más pequeñas, las dos partículas pueden ser consideradas como contactadas entre sí. El número de partículas contactado con la partícula es el número de coordinación.

Las partículas se pueden dividir en mitades y son de color blanco y negro, y luego el índice de mezcla puede ser definido como el método del vecino más cercano.

La diferencia es cómo determinar el número de partículas. En el método del vecino más cercano, el número de partículas es 12, pero en Método de número de coordinación, el número de partículas es el número de coordinación, que se cambia en momentos diferentes.

3.3.7 Método de índice de escala de partículas

El método de índice de escala de partículas se basa en el número de coordinación que puede investigar el sistema de nivel de partícula [28].

En primer lugar las partículas se colorean en blanco y negro respectivamente en una mezcla binaria. Se basa en calcular la fracción de partículas, negras o blancas, en contacto con otras partículas. Es similar al índice de *Lacey*.

3.3.8 Método Siiria

El método Siiria se basa en los cambios en la posición relativa de un par de partículas con el tiempo [29].

En este Método, cada dos partículas forman un par, y los cambios de la posición relativa entre las partículas tendrán un efecto sobre el índice de mezcla.

Los cambios dan un efecto más grande en el grado de mezcla si la distancia inicial entre partículas es corto.

Tabla 1. Métodos para calcular el índice de mezclado

Método	Ecuación
Altura media	$M = 2 \cdot (Z_{\text{blanco}} - 0,5)$ $Z_{\text{blanco}} = \frac{\frac{1}{N_{\text{blanco}}} \cdot \sum_{i \in \text{blanco}} Z_i}{\frac{1}{N_{\text{todo}}} \cdot \sum_{i \in \text{todo}} Z_i}$
Vecino más cercano	$M = \frac{1}{N} \cdot \sum_N 2 \frac{n_{\text{diff}}}{n_{\text{nb}}}$
Distancia vecina	$M = \frac{\sum_{i=1}^n (x_{ij} - d)}{\sum_{i=1}^n (x_{ik} - d)}$
Lacey	$M = \frac{S^2 - S_0^2}{S_R^2 - S_0^2}$
Entropía de la mezcla	$e(k) = x_1(k) \ln x_1(k) + x_2(k) \ln x_2(k)$
Número de coordinación	$M = \frac{1}{N} \cdot \sum_N 2 \frac{n_{\text{diff}}}{n_{\text{nb}}}$
Índice de escala de partículas	$M = \frac{S_t^2 - S_0^2}{S_R^2 - S_0^2}$
Siiria	$M_{ij} = R^{g \cdot x_{ij} } \cdot \left(1 - R^{g \cdot x_{ij} - x_{nij} } \right)$

El estudio numérico que se hará en este Proyecto está basado en la idea de *Lacey* de usar la comparación de pixeles blancos respecto al número de pixeles blancos máximos que se puedan dar en cada caso.

$$IS \text{ (Índice de segregación)} = A_{\text{blanco}} / A_{\text{blanco, inicial}}$$

Este número de pixeles máximo se encontraran en el instante inicial, ya que en dicho instante la segregación es total por lo que en un primer instante el índice de segregación del caso es 1, con el paso del tiempo en la simulación, las partículas se irán mezclando y el número de pixeles blancos disminuirá y con ello el índice de segregación, el cual llegará un momento en el que se aproximen siempre a un valor cuando lleguemos a un estado estacionario, que tomaremos como índice de segregación de cada caso.

Para ello se realizarán diferentes pasos que se detallaran en los siguientes apartados. Dichos pasos constan de:

- Utilización del programa *MFIX* para obtener la simulación de cada caso.
- Un postprocesado mediante el programa *Paraview* con el cual se obtendrá un video en el cual se observará la simulación del lecho en blanco y negro para poder contabilizar los pixeles blancos posteriormente.
- Utilización del programa *MATLAB* mediante el cual, utilizando el video obtenido mediante el *Paraview*, poder obtener el Índice de Segregación de cada caso.

4. MARCO REGULADOR

Como en todo proyecto hay que mirar las normativas vigentes para no entrar en conflicto con ellas a la hora de desarrollar el proyecto. Al tratarse de un estudio numerico, en lo que lo unico que es necesario es una workstation y los softwares necesarios para el desarrollo del mismo, no existe riesgo alguno para la salud, tanto fisica como mental, de la persona que lo realiza ni para otra persona que forme parte del proyecto, ya que todo el proceso es teorico y en ningun momento se realiza algun tipo de experimento para obtener los resultados. Tampoco existe riesgo para el medio ambiente ya que no se trabaja con nada que pueda contaminar directamente.

5. PASOS DEL ESTUDIO

Para el estudio de la segregación se llevaran a cabo diferentes casos en los cuales se trabajara con diferentes tamaños de partículas y diferentes densidades para el caso en el que se trabaje con el mismo tamaño de partículas, para obtener finalmente un índice de segregación con el cual se pondrán comparar los casos, para ello se llevaran a cabo una serie de pasos para poder obtener dicho índice.

5.1 SELECCIÓN DE LOS CASOS DEL ESTUDIO

Tabla 2. Casos del Proyecto

Caso	Diámetro partícula 1	Diámetro partícula 2	Densidad partícula 1	Densidad partícula 2	Segregación
1	1,15 mm	1,15 mm	2500 Kg/m ³	4100 Kg/m ³	Horizontal
2	1,15 mm	1,15 mm	2500 Kg/m ³	4100 Kg/m ³	Vertical
3	0,5 mm	0,7 mm	2500 Kg/m ³	2500 Kg/m ³	Horizontal
4	0,5 mm	0,7 mm	2500 Kg/m ³	2500 Kg/m ³	Vertical
5	0,5 mm	1,15 mm	2500 Kg/m ³	2500 Kg/m ³	Horizontal
6	0,5 mm	1,15 mm	2500 Kg/m ³	2500 Kg/m ³	Vertical

- Las velocidades mínimas de fluidización de cada partícula a ensayar son las siguientes:

Tabla 3. Velocidad mínima de fluidización

Diámetro de partícula	Densidad de la partícula	Velocidad mínima de fluidización
1,15 mm	4100 Kg/m ³	0,85 m/s
1,15 mm	2500 Kg/m ³	0,63 m/s
0,7 mm	2500 Kg/m ³	0,44 m/s
0,5 mm	2500 Kg/m ³	0,27 m/s

Para todos los casos a estudiar se dispondrá de las mismas dimensiones de la vasija, mismo espacio ocupado por los dos sólidos, aunque posicionados de manera distinta y mismo espacio ocupado por el aire en la vasija.

En los casos las partículas al comienzo de la simulación se dispondrán en disposición horizontal o en vertical para después en el análisis de resultados comprobar si dicha colocación tiene influencia en la mezcla de las partículas.

En los casos a ensayar se utilizara un valor de velocidad de entrada del gas a la vasija en el que se supere la velocidad mínima de fluidización de las partículas que mayor de dicho valor posean. En los casos en los que se estudien partículas con el diámetro de partículas de 1,15 se aumentara 1,3 veces la velocidad mínima de fluidización y en los casos en los que no se dispongan partículas de dicho diámetro se aumentara 2,5 veces la velocidad mínima de fluidización. Por lo que la velocidad de entrada del gas a la vasija en cada uno de los casos serán las siguientes:

Tabla 4. Velocidad de entrada de gas al lecho.

Caso	1	2	3	4	5	6
Velocidad entrada del gas	1,09 m/s	1,09 m/s	1,1 m/s	1,1 m/s	0,82 m/s	0,82 m/s

5.2 SIMULACIÓN NUMÉRICA (*Mfix*)

Para ayudar en la realización del proyecto, se utilizará un programa, el **MFIX**. Se trata de un modelo hidrodinámico que describe las reacciones químicas y la transferencia de calor de los flujos que comprenden tanto partículas fluidas como sólidas.

El modelo **MFIX** fue desarrollado en el Centro de Tecnología Energética de Morgantown (METC). Muestra información de multitud de parámetros, como la velocidad de las partículas, la composición, la temperatura o la presión, entre otros.

El modelo es utilizado para desarrollar aplicaciones del mundo real. A partir del conocimiento en las simulaciones MFIX, se puede comenzar a desarrollar experimentos que mejoren la industria, haciéndola más práctica y viable, tanto en el aspecto económico como el medioambiental [37].

Dicha información se genera a partir de varias ecuaciones que se detallarán ahora. Las más importantes son: la Ecuación de Conservación de la Masa; la Ecuación de Conservación de la Cantidad de Movimiento; la Ecuación de Conservación de la Energía; y la Ecuación de Conservación de la Energía Granular.

- La Ecuación de Conservación de la Masa para el gas es la siguiente:

$$\frac{\partial}{\partial t} \cdot (\epsilon_g \cdot \rho_g) + \nabla \cdot (\epsilon_g \cdot \rho_g \cdot \vec{u}_g) = 0$$

Donde:

- ϵ_g es la fracción volumétrica del gas.
- ρ_g es la densidad del gas, en kg/m³.
- u_g es el vector velocidad del gas, en m/s.
- R_{gn} es el ratio de producción de las n especies químicas del gas.

- La Ecuación de Conservación de la Masa para el sólido es la siguiente:

$$\frac{\partial}{\partial t} \cdot (\epsilon_{sm} \cdot \rho_{sm}) + \nabla \cdot (\epsilon_{sm} \cdot \rho_{sm} \cdot \vec{u}_{sm}) = 0$$

Donde:

- ϵ_{sm} es la fracción volumétrica de las m fases sólidas.
 - ρ_{sm} es la densidad de las m fases sólidas, en kg/m^3 .
 - u_{sm} es el vector velocidad de las m fases sólidas, en m/s .
 - R_{smn} es el ratio de producción del las n especies químicas de las m fases sólidas.
- La Ecuación de Conservación de la Cantidad de Movimiento para el gas es la siguiente:

$$\frac{\partial}{\partial t} \cdot (\epsilon_g \cdot \rho_g \cdot \vec{u}_g) + \nabla \cdot (\epsilon_g \cdot \rho_g \cdot \vec{u}_g \cdot \vec{u}_g) = \nabla \cdot -S_g + \epsilon_g \cdot \rho_g \cdot \vec{g} - \sum_{m=1}^M \square \vec{I}_{gm} + \vec{f}_g$$

Donde:

- ϵ_g es la fracción volumétrica del gas.
 - ρ_g es la densidad del gas, en kg/m^3 .
 - u_g es el vector velocidad del gas, en m/s .
 - S_g es el tensor de tensiones del gas, en Pa .
 - g es el vector aceleración de la gravedad, en m/s^2 .
 - I_{gm} es la transferencia de momento del gas para las m fases sólidas, en N/m^3 .
 - f_g resistencia al flujo de fluido debido a medios porosos, en N/m^3 .
- La Ecuación de Conservación de la Cantidad de Movimiento para el sólido es la siguiente:

$$\frac{\partial}{\partial t} \cdot (\epsilon_{sm} \cdot \rho_{sm} \cdot \vec{u}_{sm}) + \nabla \cdot (\epsilon_{sm} \cdot \rho_{sm} \cdot \vec{u}_{sm} \cdot \vec{u}_{sm}) = \nabla \cdot -S_{sm} + \epsilon_{sm} \cdot \rho_{sm} \cdot \vec{g} + \vec{I}_{gm} - \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq m}}^M \vec{I}_{lm}$$

Donde:

- ϵ_{sm} es la fracción volumétrica de las m fases sólidas.
 - ρ_{sm} es la densidad de las m fases sólidas, en kg/m^3 .
 - u_{sm} es el vector velocidad de las m fases sólidas, en m/s .
 - S_{sm} es el tensor de tensiones para la fase sólida, en Pa .
 - g es el vector aceleración de la gravedad, en m/s^2 .
 - I_{gm} es la transferencia de momento del gas para las m fases sólidas, en N/m^3 .
 - I_{lm} es la transferencia de momento de las m a las l fases sólidas, en N/m^3 .
- La Ecuación de Conservación de la Energía Granular para las partículas sólidas es la siguiente:

$$\frac{3}{2} \cdot \left(\frac{\partial}{\partial t} \right) \cdot \epsilon_{sm} \cdot \rho_{sm} \cdot \Theta_m + \frac{3}{2} \cdot \nabla \cdot \epsilon_{sm} \cdot \rho_{sm} \cdot \Theta_m \cdot \vec{u}_{sm} = \left[(-S)_{sm} : \nabla \cdot \vec{u}_{sm} - \nabla \cdot \vec{q} - \gamma \cdot \varphi_{gm} + \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq m}}^M \varphi_{lm} \right]$$

Donde:

- ϵ_{sm} es la fracción volumétrica de las m fases sólidas.
- ρ_{sm} es la densidad de las m fases sólidas, en kg/m^3 .
- Θ_m es la temperatura granular del sólido, en m^2/s^2 .
- S_{sm} es el tensor de tensiones del sólido, en Pa.
- $q_{\Theta m}$ es el flujo difusivo de la energía granular, en $\text{J/m}^2\cdot\text{s}$.
- $\gamma_{\Theta m}$ es la disipación de la energía granular debido a las colisiones inelásticas, en $\text{J/m}^3\cdot\text{s}$.
- Φ_{gm} es la transferencia de energía granular del gas, en $\text{J/m}^3\cdot\text{s}$.
- Φ_{lm} es la transferencia de energía granular entre las fases sólidas, en $\text{J/m}^3\cdot\text{s}$.

El *MFIX* lee un código en formato *.dat* en un lenguaje determinado por el programa, y lo ejecuta. Posee multitud de comandos, entre ellos los más importantes para nuestro proyecto, referidos a:

- Control del proceso.
- Parámetros físicos.
- Parámetros numéricos.
- Geometría y discretización.
- Datos de la fase sólida (lecho) y del fluido (aire).
- Condiciones iniciales.
- Condiciones de contorno.

Una vez ejecutado el código, el programa ofrece los datos del proceso de fluidización en un intervalo de tiempo designado en el propio archivo *.dat* por el usuario.

El objetivo de trabajar con dos dimensiones es facilitar el procesamiento de los datos por parte del programa, y disminuir su coste computacional. Se ahorrará tiempo, lo cual es importante, ya que permitirá simular más casos y obtener mayor información de los mismos.

El programa es muy útil y será necesario para el correcto entendimiento del experimento y de sus resultados.

5.2.1. Código Mfix

En este apartado se explican los puntos más importantes (y que se usarán para este proyecto) del código del archivo *.dat* que

producen las simulaciones de los casos estudiados, en el programa *Mfix* [39].

El código ha de escribirse en inglés, como se detalla a continuación:

1. **Run Control** (Control de proceso): Este apartado contiene la información básica para hacer correr la simulación.

- **RUN_NAME**: Se detalla el nombre del archivo.
- **DESCRIPTION**: Se escribe la descripción del caso a simular.
- **UNITS**: Se escoge el sistema de unidades que el programa va a utilizar para leer los datos numéricos.
- **RUN_TYPE**: Se indica si el archivo a simular es nuevo o ya se ha simulado con anterioridad.
- **TIME**: Tiempo en el que la simulación empieza, normalmente 0.
- **TSTOP**: Tiempo en el que se quiere detener la simulación.
- **DT**: Es el intervalo de tiempo que transcurre entre cada lectura de datos.
- **ENERGY_EQ**: Se decide si se resuelven o no las ecuaciones de energía para la simulación.
- **SPECIES_EQ**: Se decide si se resuelven las ecuaciones de transporte para la simulación.
- **MOMENTUM_EQ**: Se decide si se resuelven o no las ecuaciones del momento. Para los casos de lecho fijo, se resuelven las ecuaciones igualándolas a 0.

2. **Geometry and Discretization** (Geometría y Discretización): Este apartado contiene la información de los dominios de la simulación y el tipo de coordenadas que se usa para determinarlos:

- **COORDINATES:** Son las coordenadas que se usan en la simulación, que podrán ser cartesianas (utilizado para los casos) o cilíndricas.
- **XLENGHT, YLENGHT, ZLENGHT:** Longitud de los dominios en las tres direcciones principales, x, y, z.
- **IMAX, JMAX, KMAX:** Número de celdas en las que se divide la longitud del dominio descrito en el punto anterior.
- **NO_K:** Para los casos en los que se realiza una simulación en dos dimensiones, como es el caso de este proyecto, se utilizará este comando. No permite dominio en el eje z.

3. Gas Phase (Fase Gaseosa): Este apartado contiene información de las características del gas utilizado en la simulación:

- **RO_GO:** Se detalla la densidad del gas.
- **MU_GO:** Se detalla la constante de viscosidad del gas.

4. Solid Phase (Fase Sólido): Este apartado contiene información de las características del sólido (lecho) utilizado en la simulación:

- **MMAX:** se detalla el número de sólidos.
- **RO_S0(1):** Se detalla la densidad del sólido 1.
- **RO_S0 (2):** Se detalla la densidad del sólido 2.
- **D_P0 (1):** Se detalla el diámetro de las partículas sólidas 1.
- **D_P0 (2):** Se detalla el diámetro de las partículas sólidas 2.
- **e:** Se detalla el coeficiente de restitución.
- **Phi:** Se detalla el ángulo de fricción interna.
- **EP_star:** Se detalla la fracción de vacío entre las partículas.

- **DRAG TYPE:** Se detalla el modelo de arrastre de gases y sólidos

5. **Initial Conditions** (Condiciones iniciales): Este apartado contiene información de las condiciones con las que la simulación da comienzo:

- **IC_X_w** : coordenada x oeste.
- **IC_X_e**: coordenada x este.
- **IC_Y_N**: coordenada y norte.
- **IC_Y_s**: coordenada y sur.
- **IC_EP_G**: La fracción de vacío inicial.
- **IC_ROP_s**: Densidad aparente del sólido.
- **IC_U_G, IC_V_G, IC_W_G**: Velocidades iniciales del gas en las tres direcciones principales.
- **IC_U_S, IC_V_S, IC_W_S**: Velocidades iniciales del sólido en las tres direcciones principales.
- **IC_T_G**: Temperatura inicial del gas.
- **IC_T_S**: Temperatura inicial del sólido.
- **IC_P_G**: Presión inicial del aire.

Todos estos datos deben de ser introducidos para cada una de las siguientes partes.

- Sólido 1
- Sólido 2
- Espacio libre de sólido.

6. **Boundary Conditions** (Condiciones de contorno): Este apartado contiene información de las condiciones de contorno de la simulación:

- **BC_X, BC_Y, BC_Z:** Se limita en el espacio las condiciones, que vienen explicadas en los puntos posteriores.
- **BC_TYPE:** Se describe el tipo de condición que se desea introducir en los límites determinados.
- **BC_EP_G:** La fracción de vacío en la condición de contorno.
- **BC_U_G, BC_V_G, BC_W_G:** Velocidades del gas en las tres direcciones principales en las condiciones de contorno.
- **BC_U_S, BC_V_S, BC_W_S:** Velocidades del sólido en las tres direcciones principales en las condiciones de contorno.
- **BC_T_G:** Temperatura del gas en las condiciones de contorno.
- **BC_T_S:** Temperatura del sólido en las condiciones de contorno.
- **BC_P_G:** Presión del aire en las condiciones de contorno.

Todos estos datos deben de ser introducidos para cada una de las siguientes partes.

- Distribuidor de gas
- salida de gas
- Pared Izquierda
- Pared Derecha

7. **Output Control (Control de salida):** Este apartado contiene información de las salidas de datos de la simulación:

- **OUT_DT:** Intervalo de tiempo en el que se actualiza el archivo de salida (.out).
- **RES_DT:** Intervalo de tiempo en el que se actualiza el archivo de reinicio (.res).

- **NLOG:** Pasos de tiempo que existen entre cada guardado del archivo .log.
- **FULL_LOG:** Se decide si mostrar o no los resultados de la simulación en pantalla.
- **GROUP_RESID:** Se decide si mostrar los resultados con las ecuaciones.
- **SPX_DT:** Intervalo de tiempo en el que se actualizan los archivos con los diferentes datos resultantes de la simulación.

5.2.2 Particularidades del código *MFIX* de los casos

- Para la simulaciones de los casos se dispondrá de una vasija con las siguientes dimensiones:

Tabla 5. Dimensiones de la vasija

Anchura de la vasija	Altura de la vasija	Altura del lecho
0,2 m	0,5 m	0,11 m

- La fracción de vacío la tomaremos como: $IC_{EP_g} = 0,4$
- **DRAG_TYPE:** Se utilizará cualquier tipo que disponga la extensión *PCF*, ya que es necesario para sistemas polidispersos, para los casos de estudios se utilizara el siguiente: *GIDASPOW_PCF*. Dicho apartado tiene influencia en como el programa *Mfix* se enfrenta a las ecuaciones anteriormente dicha, ya que las partículas al mezclarse interactuarán entre ellas, para estas ecuaciones es necesario unas ecuaciones de cierre que se obtienen de una manera semiempirica, todas estas ecuaciones se pueden encontrar en la literatura.
- La fracción de cada solido será 0,6 ya que los dos solidos estarán completamente segregados. Por lo que la densidad aparente de cada solido será:

Tabla 6. Fracción del sólido.

IC_ROP_s (1,1)	IC_ROP_s (1,2)	IC_ROP_s (2,1)	IC_ROP_s (2,2)
0,6x RO_S0(1)	0	0	0,6x RO_S0(2)

- Se definirá el BC_TYPE de todas las partes:

Tabla 7.- BC_TYPE.

Distributor flow	Exit	Left Wall	Right Wall
MI (specified mass inflow)	PO (specified pressure outflow)	NSW (no slip)	NSW (No slip)

5.3 Post-procesado mediante paraview

Una vez obtenidas las soluciones de las simulaciones del programa *Mfix*, se utilizará el programa *Paraview* como método para el postprocesado de los datos.

En él podemos ver cómo se desarrolla el lecho durante el tiempo. En él se puede observar cómo se comportan las diferentes partículas a lo largo del tiempo e ir tomando imágenes del lecho.

Como se explicó en el punto 3.3 necesitamos obtener una animación de todas las imágenes en blanco y negro del lecho durante todo el tiempo para poder obtener posteriormente el índice de segregación, dicho proceso se lleva a cabo mediante el siguiente proceso:

- Primero se cargara el archivo.RES obtenido del *Mfix*.
- Después se abre en la pantalla principal.
- Se elige la variable que queremos ver cómo se desarrolla, en el caso de todas las simulaciones será **ROP_S0(2)**, ya que en el caso de partículas del mismo tamaño pero diferente densidad el estudio se fijará en las de mayor densidad y en los que la densidad es la misma pero el tamaño de partícula varias se fijará en las partículas de mayor diámetro.

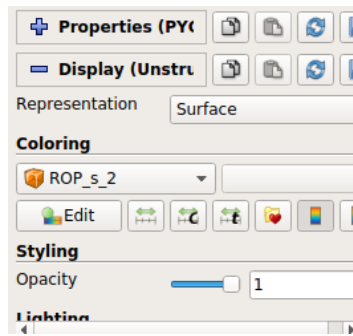


Figura 5. Rop_SO(2)

- Se aplica el color de escalas de grises a la animación.

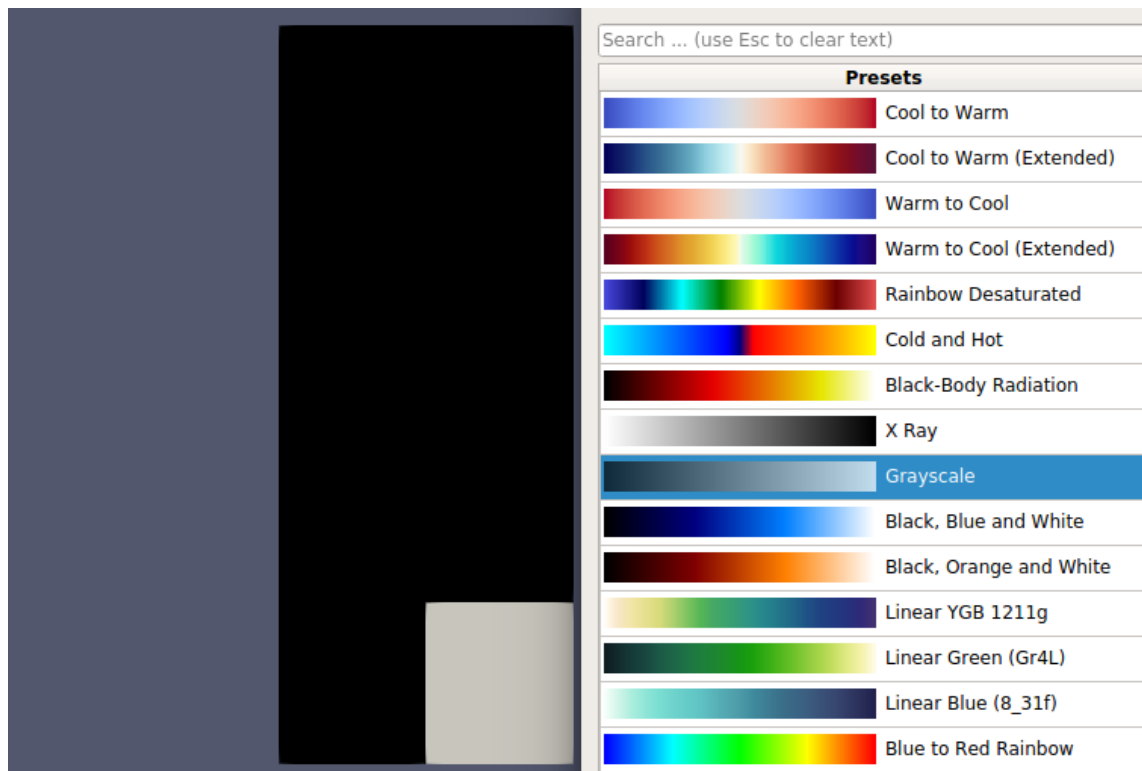


Figura 6. Escala de grises.

- Se obtiene la imagen del instante 1.
- Se obtiene la animación del total de la simulación del lecho fluido.

5.4. Obtención del índice de segregación mediante *Matlab*

Para obtener el índice de segregación se utilizará el proceso explicado anteriormente. Para ello se dispondrá del programa **Matlab** en el cual mediante el siguiente proceso se obtendrá un vector con el índice de segregación en cada momento de la simulación y que posteriormente se representara en una gráfica la cual debe aproximarse a un valor el cual será el índice de segregación final de la simulación. Dicho valor se obtendrá mediante el comando 'mean' a partir del momento en que la simulación entre en estado estacionario.

A continuación se relatará el proceso mediante el cual se obtendrá el vector con el índice de segregación en cada instante de tiempo.

El primer paso será cargar la imagen del momento inicial de la simulación ('imread').

Lo siguiente será recortar la imagen para trabajar únicamente con la vasija y no tener en cuenta el resto de imagen que se ha obtenido anteriormente en el *Paraview*. Para ello lo primero que se debe hacer es observar la imagen (imshow) y después en ella obtener los puntos de la esquina superior izquierda, tanto componente x como y , y la esquina inferior derecha. Se obtendrá 4 puntos correspondientes a las componentes x e y de las 2 esquinas mencionas.

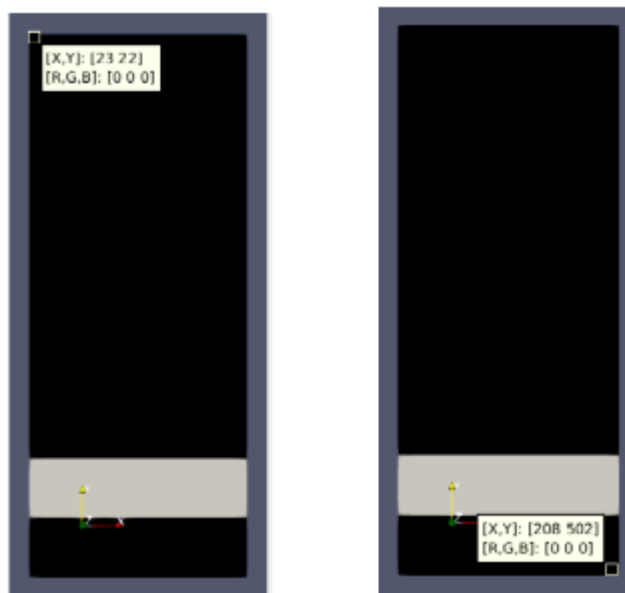


Figura 7. Puntos componentes x e y .

El siguiente paso es cortar la imagen ('imcrop') teniendo en cuenta que a los puntos obtenidos en la esquina inferior derecha hay que restarles el valor de los puntos de la esquina superior izquierda a la hora de introducir el comando. Una vez obtenidos los puntos que queremos en nuestra vasija podemos empezar a trabajar con la animación para obtener todo el índice de segregación a lo largo del tiempo.

Se debe cargar el video de la animación ('VideoReader'); después se calculará el número de frames para saber la dimensión de nuestro vector ('.NumberOfFrames'). Una vez obtenido el número de frames se crea el bucle para obtener el vector del índice de segregación en cada instante de tiempo, el bucle consta de los siguientes procesos:

- Leer cada frame del video, desde el primero hasta el último que es el número de frames ('read(Video,i)').
- Cortar cada frame para que solo se tenga en cuenta la vasija y no los alrededores y para ello se usaran los puntos que hemos obtenido en el paso anterior con la imagen ('imcrop').
- Convertir cada imagen a una imagen en blanco y negro para matlab ('im2bw').



Figura 8. Paso a imagen en blanco y negro en Matlab

- Sumar todos los pixeles blanco de cada imagen ('sum(sum())').

- Obtener el vector del índice de segregación comparando cada valor obtenido en la suma de píxeles blancos con el valor del primer frame, ya que este será el que mayor número de píxeles blancos tenga y además sea igual a 1 ya que la segregación inicial es total.
- Obtener la gráfica del vector del índice de segregación ('plot')
- Obtener el valor del índice de segregación mediante el comando ('mean') a partir del momento en que la gráfica entre en estado estacionario.

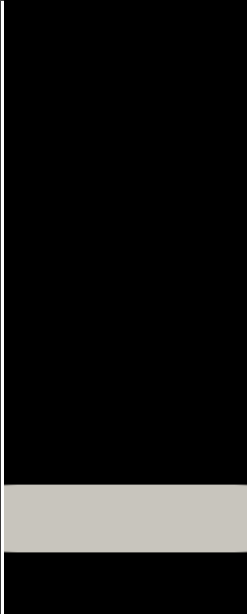
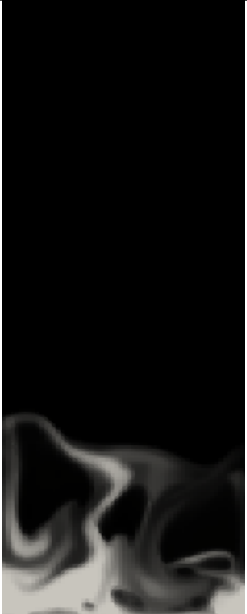

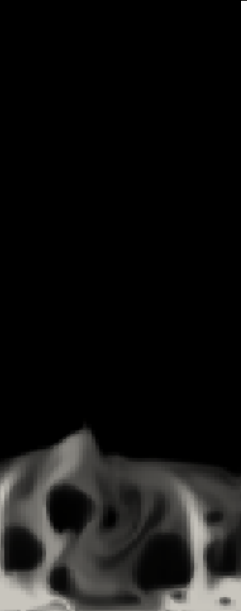
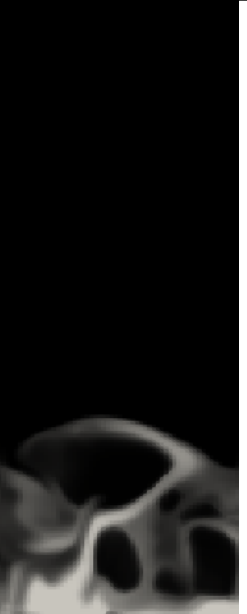
6. RESULTADOS OBTENIDOS Y ANALISIS DE RESULTADOS

Resultados de la simulación de los diferentes casos:

Caso 1. partículas con el mismo diámetro y diferente densidad con segregación horizontal

En este caso se introducirán partículas con el mismo diámetro 1,15 mm pero de diferentes densidades, 2500 Kg/m³ y 4100 Kg/m³, separadas horizontalmente y segregadas completamente. Las partículas más densas se situaran en la parte superior para tener el caso más desfavorable para la simulación

Tabla 8. Proceso caso 1

Inicio	2 s	4 s	8 s	Final
				

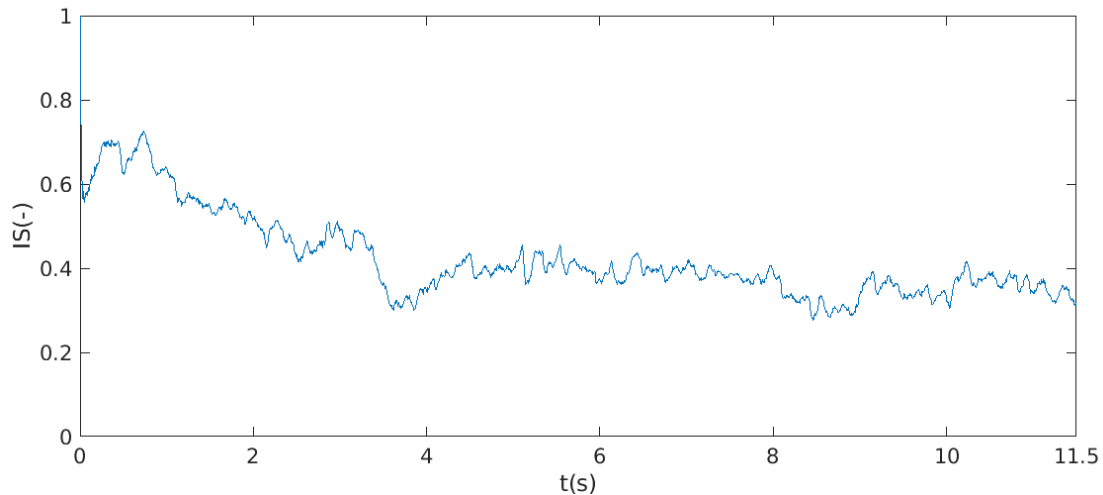


Figura 9. Caso 1

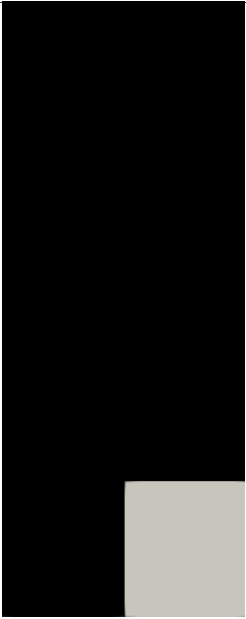
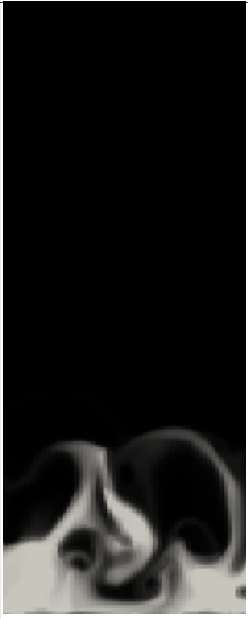
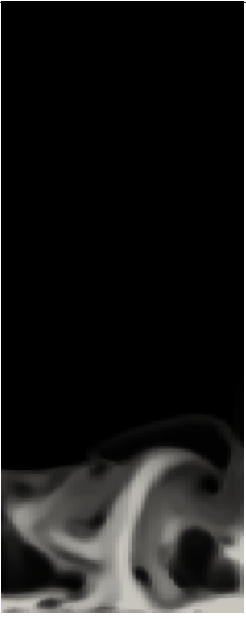
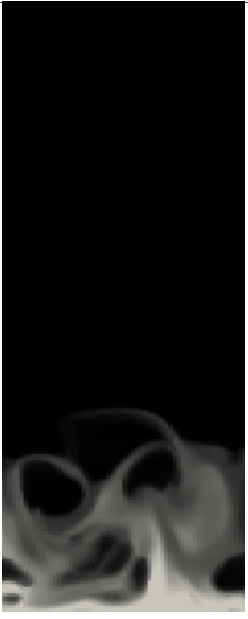
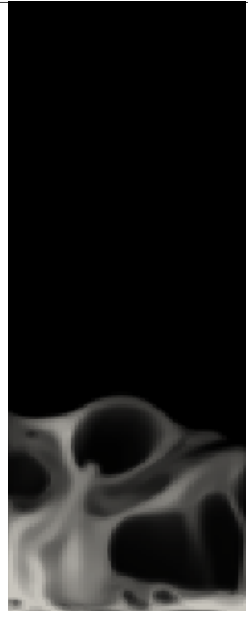
$$IS = 0,3629$$

En la Figura 9, se puede observar que en un principio cae rápidamente, esto se puede deber a que al estar segregadas de una manera horizontal, a la hora de mezclarse se desplazan de arriba a abajo solo, que además es el movimiento normal de las partículas, ascender por el empuje del gas y al llegar arriba caer por los laterales y volver a ocupar otra vez una disposición horizontal. Luego progresivamente se va llegando a su índice de segregación del estado estacionario, alcanzando un valor medio de 0,3629, a la vista de este valor se observa que las partículas se han mezclado pero que aún se puede ver la segregación, esto se corrobora si vemos la animación en la que se puede ver que al final se observa claramente, con un color blanco importante, que hay partículas de mayor densidad en el fondo de la vasija.

Caso 2. partículas con el mismo diámetro pero con diferente densidad y segregación vertical

En este caso se introducirán partículas con el mismo diámetro 1,15 mm pero de diferentes densidades, 2500 Kg/m³ y 4100 Kg/m³, separadas verticalmente y segregadas completamente. Se situaran las partículas más densas a la derecha aunque esto no tenga ningún efecto reseñable en el caso.

Tabla 9. Proceso caso 2

Inicio	2 s	4 s	8 s	Final
				

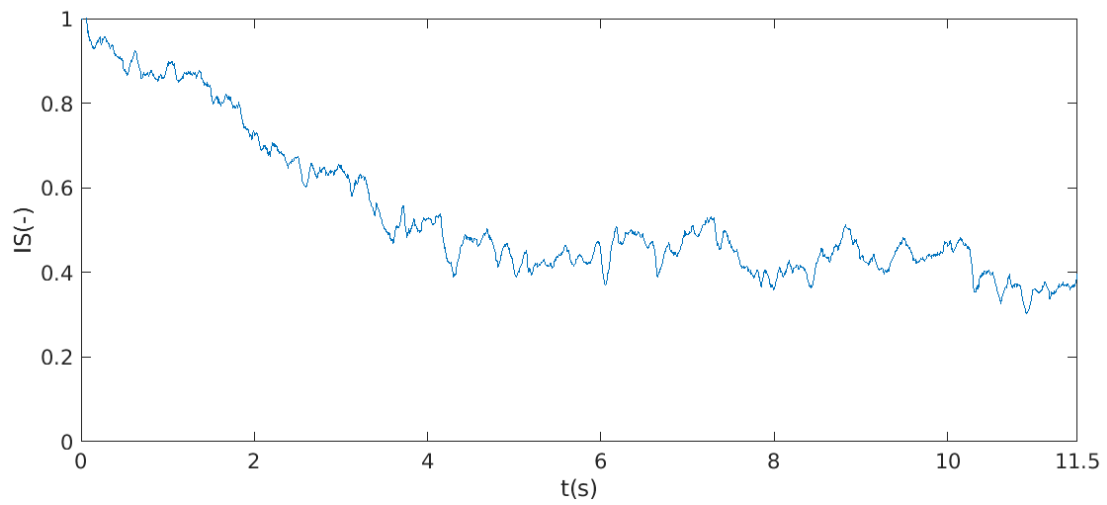


Figura 10. Caso 2

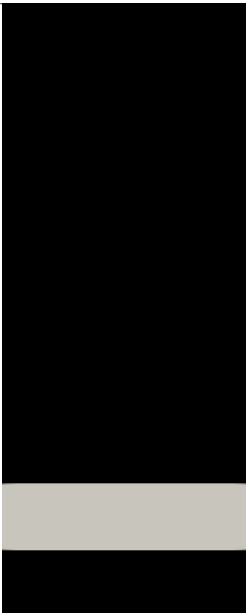
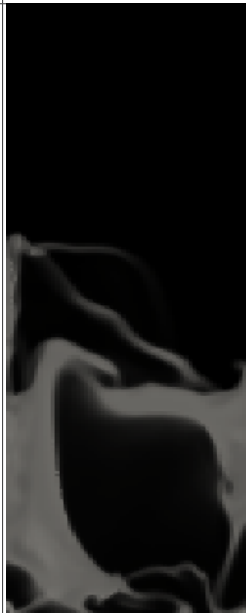
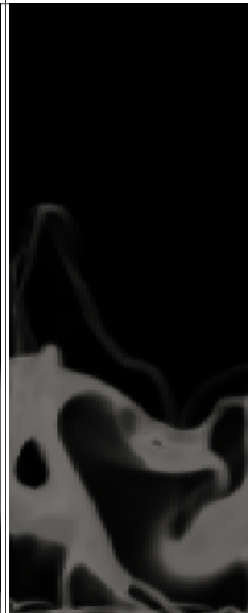
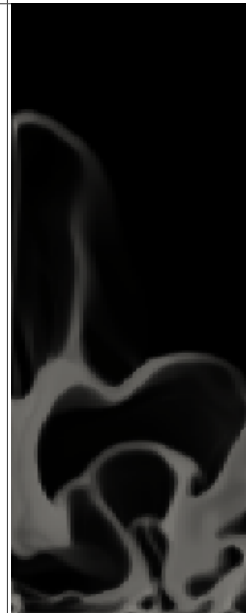
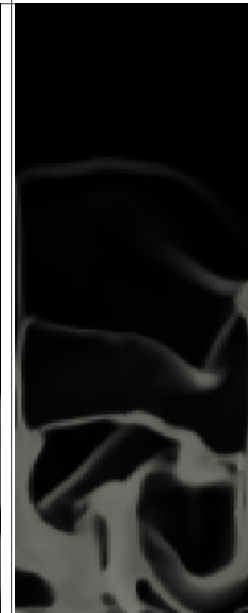
IS=0,3837

Al observar la Figura 10, se puede observar que no cae tan rápidamente como en el caso anterior, esto puede ser debido que además de lo comentado del caso anterior que las partículas más densas tienen que viajar y depositarse en el fondo, también tienen que ir ocupando toda la superficie del fondo de la vasija y viajar de derecha a izquierda además de arriba a abajo. Al llegar al estado estacionario se observa que alcanza un valor medio de 0,3837, valor que se asemeja al caso anterior como es previsible ya que al llegar al estado estacionario da igual cómo se hayan dispuesto las partículas inicialmente.

Caso 3. Partículas de diferente diámetro (pequeñas y medianas) con la misma densidad y con segregación horizontal

En este caso se introducirán partículas con la misma densidad 2500 Kg/m^3 pero de diferentes diámetros, 0,5 mm y 0,7 mm, separadas horizontalmente y segregadas completamente. Las partículas más grandes se situaran en la parte superior para tener el caso más desfavorable para la simulación

Tabla 10. Proceso caso 3

Inicio	5 s	10 s	15 s	Final
				

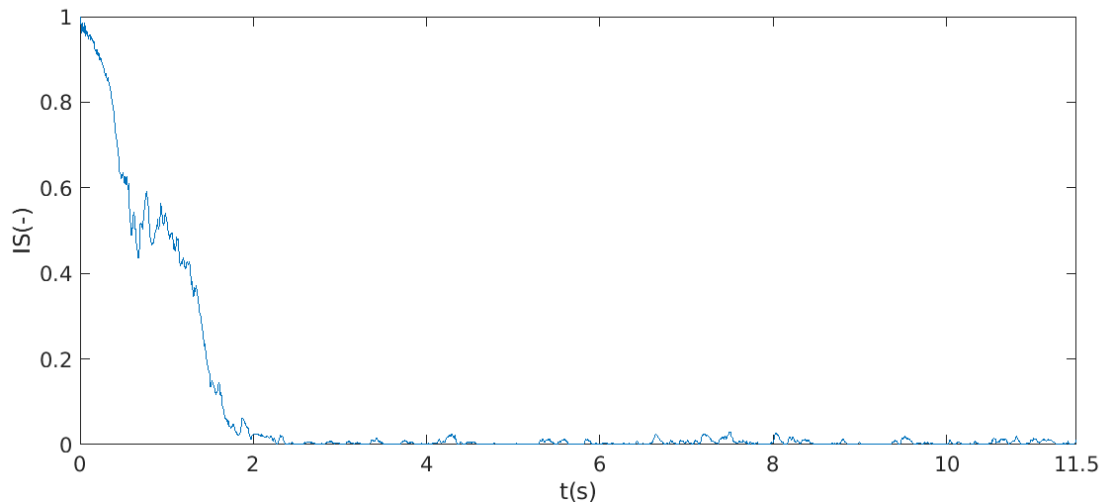


Figura 11.Caso 3

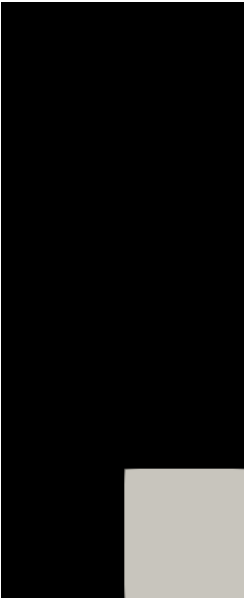
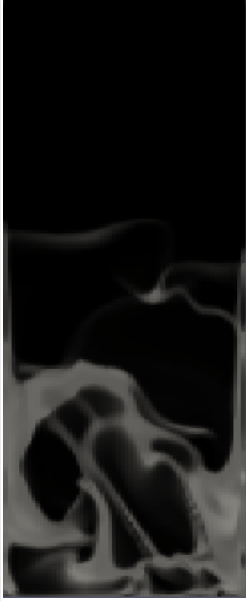
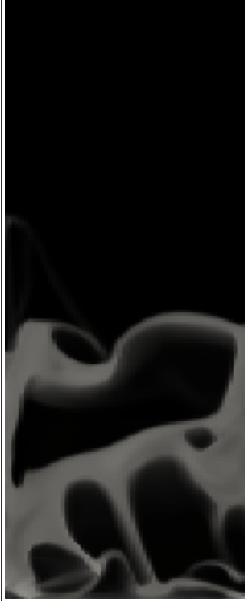
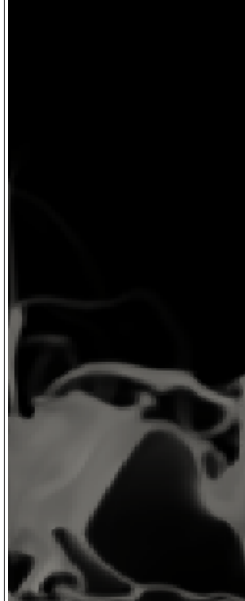
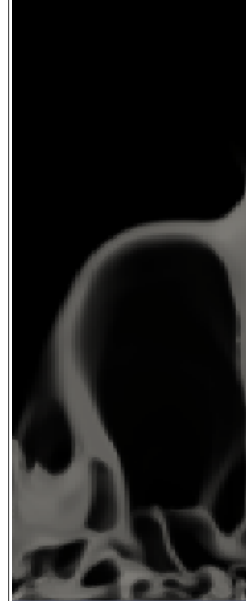
IS= 0,0042

Al observar este caso se pudo ver que se alcanza mucho antes el estado estacionario y que el índice de segregación es prácticamente 0, lo que significa que se mezclan casi perfectamente, esto es debido a que las partículas tienen la misma densidad y la diferencia de diámetros no es muy grande, en las imágenes de la tabla 10, se ve que las partículas más grandes se sitúan al fondo del lecho, como debe ocurrir, pero se observa que el color del blanco de dichas partículas no es tan intenso, eso significa que se han mezclado con las otras partículas. También se observa el hecho de que en la figura 11 al principio cae rápidamente por tener disposición horizontal inicial.

Caso 4. Partículas de diferente diámetro (pequeñas y medianas) con la misma densidad y con segregación vertical

En este caso se introducirán partículas con la misma densidad 2500 Kg/m^3 pero de diferentes diámetros, 0,5 mm y 0,7 mm, separadas verticalmente y segregadas completamente. Se situarán las partículas más grandes a la derecha aunque esto no tenga ningún efecto reseñable en el caso.

Tabla 11. Proceso caso 4

Inicio	2 s	5 s	10 s	Final
				

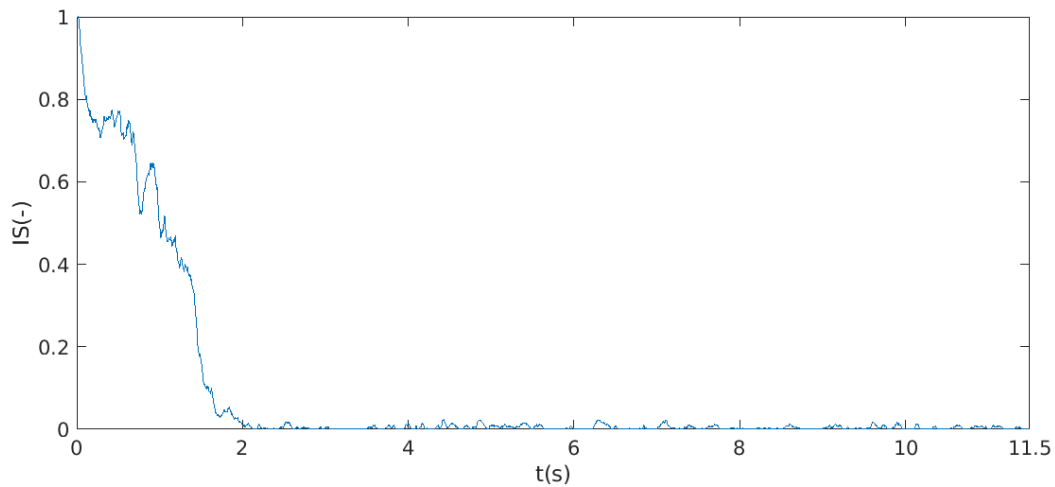


Figura 12. Caso 4

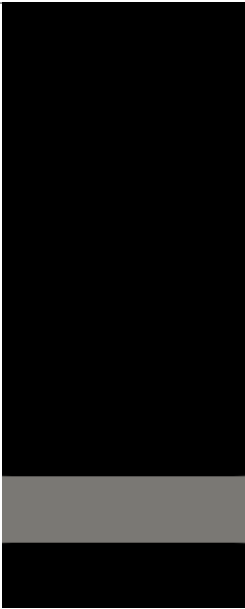
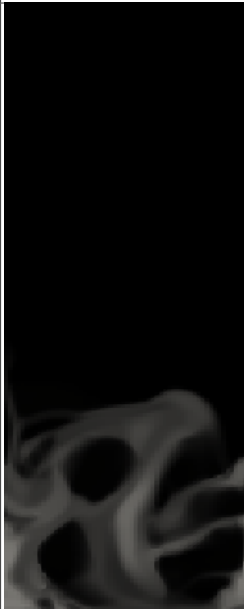
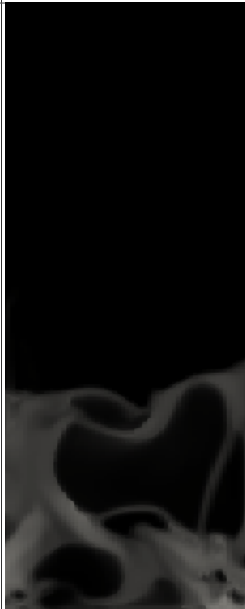

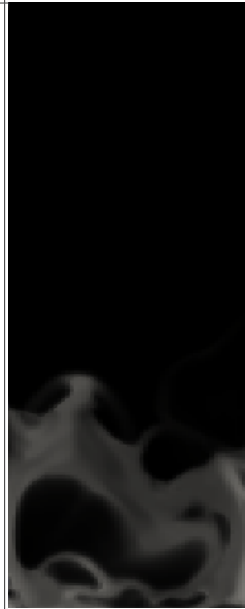
IS=0,0039

A la vista de la figura 12 se observa que se alcanza el estado estacionario rápidamente como en el caso anterior, pero no cae tan bruscamente como el anterior, ya que se observa un momento que cae más progresivamente que el caso 3, esto es debido a su disposición vertical, pero al ser partículas con la misma densidad pero diámetros diferentes, aunque esta diferencia no sea muy grande, se mezclan más fácilmente como se ve en la figura 12 y en el índice de segregación, 0,0039, valor muy próximo al del caso anterior como debe de ser ya que ambos casos llegan al estado estacionario y la influencia de la disposición inicial no tiene relevancia.

Caso 5. Partículas de diferente diámetro (pequeñas y grandes) con la misma densidad y con segregación horizontal:

En este caso se introducirán partículas con la misma densidad 2500 Kg/m^3 pero de diferentes diámetros, $0,5 \text{ mm}$ y $1,15 \text{ mm}$, separadas horizontalmente y segregadas completamente. Las partículas más grandes se situaran en la parte superior para tener el caso más desfavorable para la simulación

Tabla 12. Proceso caso 5

Inicio	2 s	4 s	8 s	Final
				

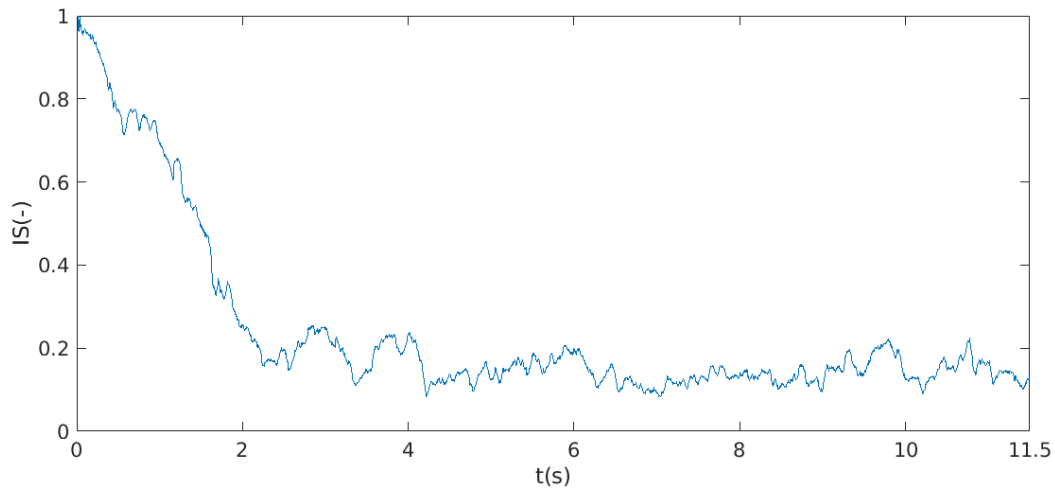


Figura 13. Caso 5

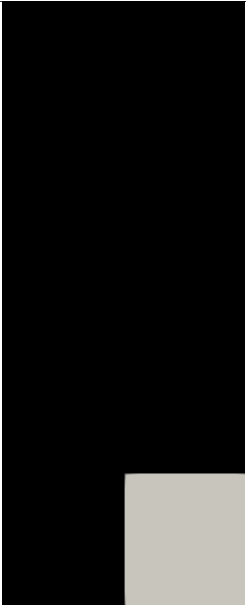
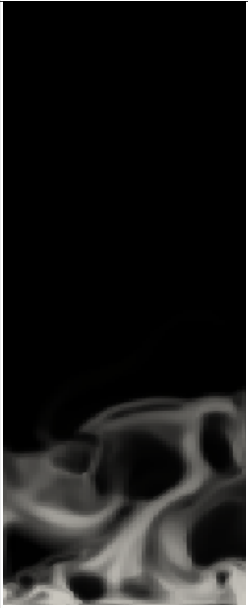
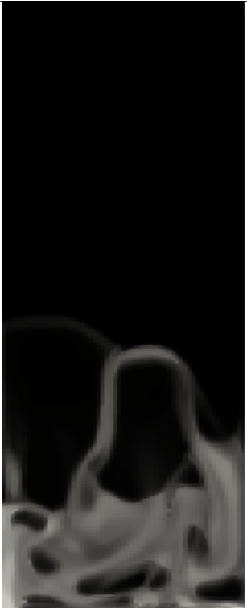


IS= 0,1442

A la vista de la figura 13 se vuelve a observar que al ser una disposición horizontal la caída de la gráfica al principio es más brusca hasta llegar al estado estacionario en el que se obtiene un valor medio del índice de segregación de 0,1442, lo que significa que no se llegan a mezclar completamente pero que si se mezclan mejor que en los primeros casos, en lo que la diferencia era la densidad de las partículas.

Caso 6. Partículas de diferente diámetro (pequeñas y grandes) con la misma densidad y con segregación vertical:

En este caso se introducirán partículas con la misma densidad 2500 Kg/m³ pero de diferentes diámetros, 0,5 mm y 1,15 mm, separadas verticalmente y segregadas completamente. Se situaran las partículas más grandes a la derecha aunque esto no tenga ningún efecto reseñable en el caso.

Tabla 13. Proceso caso 6

Inicio	2 s	4 s	8 s	Final
				

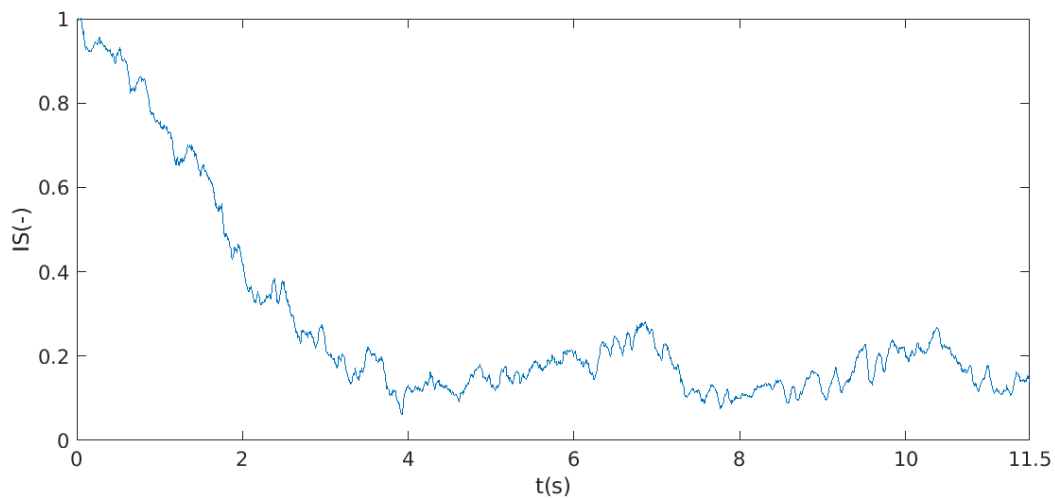


Figura 14. Caso 6

IS=0,1669

El figura 14 se observa que la caída al principio es más progresiva, al ser una disposición vertical, llegando al estado estacionario y obteniendo un valor medio del índice de segregación de 0,1669, valor próximo al del caso anterior con disposición horizontal, hecho que se tiene que dar ya que como se ha dicho anteriormente al llegar a un estado estacionario la diferencia de la disposición inicial no tiene que ser relevante.

Tabla 14. Resumen de los IS

Caso	1	2	3	4	5	6
IS	0,3629	0,3837	0,0042	0,0039	0,1442	0,1669

7. COSTES

Para el cálculo del coste del proyecto se debe tener en cuenta todo el material utilizado y todas las horas que las diferentes partes del estudio han invertido en él.

En el apartado del material utilizado se introduce todos los elementos utilizados para el desarrollo del estudio. En este caso, se ha necesitado la compra de una workstation para un correcto funcionamiento, de unos 1200 euros, además de la instalación del sistema operativo de *linux* en él, cuyo coste es de 0 euros, y también la adquisición de los 3 programas utilizados en el proyecto (*MFIX*, *Paraview* y *Matlab*), de los cuales Mfix y Paraview son de libre licencia y su coste es 0, el coste de MATLAB es 119 euros.

También habría que tenerse en cuenta el coste del ordenador de la universidad en el cual el ingeniero mandaba correr las simulaciones del *Mfix*, pero al tratarse de un ordenador que ya tenía en adquisición la universidad se toma como coste 0 euros.

Por otro lado hay que contar el coste de las horas invertidas por cada una de las partes, en este caso la del autor del proyecto (becario) y la del ingeniero. Se estima que el precio por hora trabajada del becario es de unos 12 Euros/hora y la del ingeniero de unos 20 Euros/hora. El tiempo invertido por el becario se estima en unas 350 horas ya que se trata de un estudio para un trabajo de fin de grado de 12 créditos ECTS donde cada crédito tiene un trabajo de 25 horas por lo que para la realización de este estudio se necesita un mínimo de 300 horas.

El ingeniero también le dedica tiempo a la realización del estudio ya que es el encargado de explicar en un principio al becario lo que quiere del Proyecto, además de resolver dudas que le puedan surgir al becario y es el encargado de mandar correr la simulación del *Mfix* y enviar los datos al becario una vez obtenidos, por lo que se estima un valor de unas 40 horas invertidas por el ingeniero.

Coste de material:

- Coste de la workstation = 1200 euros.
- Costes de los programas utilizados = 119 euros.
- Coste material total = 1319 euros.

Coste del personal:

- Coste del becario= 350 horas * 12 euros la hora = 4200 euros.
- Coste del ingeniero= 40 horas * 20 euros la hora= 800 euros.
- **Coste personal total= 5000 euros.**
- **Coste total del estudio = 6319 euros**

8. CONCLUSIONES

A la vista de los resultados obtenidos se puede observar en las gráficas que cuando tenemos una segregación horizontal al principio, las partículas se mezclan mucho más rápido que si tenemos una segregación vertical inicial.

Este hecho se debe a que las partículas más densas, en los casos de mismo diámetro de partículas y diferente densidad, y las más grandes, en los casos de misma densidad de partículas pero de diferentes diámetro, cuando se introduce el gas su trayectoria normal es ascender y caer por los lados hasta llegar un estado estacionario en el que la mayoría de las partículas más densas o grandes, según el tipo de caso, se depositen en el fondo de la vasija.

Este proceso por el cual dichas partículas acaban en el fondo, llegando al estado estacionario, se realiza más rápido cuando tenemos la segregación horizontal debido a que solo tienen que ir juntándose en el fondo, mientras si tenemos una segregación vertical, además de tener que ir disponiéndose en el fondo también tienen que ir abarcando toda el área del fondo de la vasija que en un principio no entra en contacto, por lo que la trayectoria en la segregación vertical es hacia el fondo y a la vez hacia el lado que no ocupan por lo que tardan más en llegar al estado estacionario.

En todos los casos estudiados el índice de segregación que obtenemos para la diferencia entre segregación inicial horizontal o vertical únicamente se observa que este es prácticamente es igual, lo cual es lo previsible ya que llegamos a un estado estacionario en el cual ya las diferentes partículas del lecho están situadas en el lugar que se les predispone, las más densas o grandes, dependiendo del caso, en el fondo del lecho y las menos densas o pequeñas en la superficie.

A la vista de los resultados obtenidos se puede concluir que el grado de segregación depende en gran parte de la diferencia de densidad que tengan las partículas que introduces en el lecho, siendo mucho mayor cuanto mayor es la diferencia de densidad entre dichas partículas, y estas a la hora de comportarse en el lecho acabaran las partículas más densas en el fondo de la vasija y las menos densas en la superficie del lecho.

Esto se debe a que al ser ambas partículas empujadas por el gas, más densas y menos densas, ambas ascienden dentro del lecho, pero las menos densas ascienden menos que las otras y además a la hora de descender

descienden mucho más rápido que las otras, hasta llegar a un estado estacionario en que la mayoría de partículas más densas se depositan en el fondo del lecho.

Cuando se estudian partículas de la misma densidad pero de diferente diámetro, el índice de segregación será mayor cuanto mayor sea la diferencia de diámetros entre unas partículas y otras, debido al mismo proceso que se ha explicado antes en el que las partículas más grandes, antes las más densas, al ascender debido a su mayor peso, ascienden menos y caen más rápido por lo que al llegar al estado estacionario las partículas más grandes se irán depositando en el fondo del lecho.

Por lo que viendo todos los casos se llega a la conclusión de que el índice de segregación será mayor cuanto mayor es la diferencia de densidad entre las partículas y cuando la densidad de las partículas es la misma el índice de segregación será mayor cuanto mayor sea la diferencia de diámetros.

9. Futuros Trabajos

Para futuros proyectos sería necesario realizar estos casos teóricos en un laboratorio de forma experimental para intentar corroborar las conclusiones a las que se ha llegado, también sería útil para ver como de diferente sale el índice de segregación que se ha obtenido en este proyecto, debido a la manera de calcularlo, con el que se obtendría de forma experimental y obteniendo de otra forma y así ver cuánto difieren para ver si es muy significativa la diferencia o si ha sido un buen método de obtención.

Además se podrían llevar a cabo más casos en los que se juegue con diferencia de densidad y de tamaño de partículas en el mismo lecho. También se podrían realizar casos para ver en cuanto afecta más la densidad que el tamaño de partículas, aumentando la diferencia de diámetros de las partículas hasta llegar a un índice de segregación aproximado al que se obtendría con partículas del mismo tamaño pero de diferente densidad.

BIBLIOGRAFIA

- [1] D. Kunii y O. Levenspiel, Fluidization Engineering, Butterworth-Heinemann, 1991.
- [2] Rhodes, M., Introduction to Particle Technology, John Wiley & Sons, England, 1998.
- [3] J. Davidson y D. Harrison, Fluidised Particles, Cambridge: Cambridge University Press, 1963.
- [4] J. Davidson, R. Clift y D. Harrison, Fluidization.
- [5] Enstad, G. G., Segregation of powders – mechanisms, processes and counteraction, Sección 7.1. en “Handbook of Conveying and Handling of Particulate Solids”, editado por Levy A., Kalman, H., Elsevier, Amsterdam, 2001.
- [6] Fluidization and Mapping of Regimes
Fluidization Engineering (Second Edition), 1991, páginas 61-94
Daizo Kunii, Octave Levenspiel
- [7] Fluidization Science, its Development and Future
Particuology, Volumen 8, Número 6, diciembre 2010, páginas 514-524 M. Horio
- [8] Overview of Fluidization Science and Fluidized Bed Technologies
Fluidized Bed Technologies for Near-Zero Emission Combustion and Gasification, 2013, páginas 3-41 M. Horio
- [9] P. Baumgarten y R. Pigford, «Density fluctuations in fluidized beds,» A.I.Ch.E Journal, no 17, p. 87, 1960
- [10] Review of Entrainment Correlations in Gas-Solid Fluidization
Chemical Engineering Journal, Volumen 260, 15 enero 2015, páginas 152-171 Jia Wei Chew, Andy Cahyadi, Chistine M. Hrenya, Reddy Karri, Ray A. Cocco
- [11] C. Felipe y S. Rocha, «Prediction of minimum fluidization velocity of gas-solid fluidized beds by pressure fluctuation measurements — Analysis of the standard deviation methodology,» Science Direct., vol. 174, pp. 104-113, 2007.

- [12] M. Puncochar, J. Drahos, J. Cermak y K. Selucky, «Evaluation of minimum fluidization velocity in gas fluidized beds from pressure fluctuations,» Chem. Eng. Commun, vol. 35, pp. 81-87, 1985.
- [13] D. Geldart, «Types of gas fluidization,» Powder Technol., vol. 7, pp. 285-292, 1973.
- [14] P. Lacey, «Developments in the theory of particle mixing,» J. appl. Chem, pp. 257- 268, 1954.
- [15] R. Toomey y H. Johnstone, «Gaseous fluidization of solid particles,» Chem. Eng. Prog., vol. 48, no 5, pp. 220-226, 1952.
- [16] J. Chen y D. Keairns, «Particle Segregation in a fluidized bed,» Can. J. Chem. Eng., vol. 53, pp. 395-402, 1975.
- [17] P. Rowe, A. Nienow y A. Agbim, «The mechanism by which particles segregate in gas fluidized beds - Binary systems of near spherical particles,» Trans. Inst. Chem. Eng., vol. 50, pp. 310-324, 1972.
- [18] P. Rowe y A. Nienow, «Particle mixing and segregation in Gas Fluidised Beds. A review,» Powder Technol., vol. 15, p. 141, 1976.
- [19] A. Nienow, P. Rowe y L. Cheung, «The Mixing/Segregation Behaviour of a Dense Powder with Two sizes of a Lighter one in a Gas Fluidised Bed,» de Fluidization, J. Davidson y D. Keairns, Edits., New York, Cambridge Univ. Press, 1978, p. 146.
- [20] A. Nienow y N. Naimier, «Continuous mixing of two particulate species of different density in a gas fluidized bed,» Trans. Inst. Chem. Eng, vol. 58, pp. 181-186, 1980.
- [21] A. Nienow, N. Naimier y T. Chiba, «Studies of segregation/mixing in fluidized beds of different size particles,» de Proc. 3rd World Cong. Chem. Eng., Tokio, 1986.
- [22] T. Chiba y H. Kobayashi, «Solid Exchange between the bubble Wake and the Emulsion Phase in a Gas Fluidised Bed,» J. Chem. Eng. Japan, vol. 10, p. 206, 1977.
- [23] S. Chiba et al, «The minimum fluidisation velocity, bed expansion and pressure-drop profile of binary particle mixtures,» Powder Technol., vol. 22, no 2, pp. 255-269, 1979.
- [24] W. Godlieb, N.G. Deen, J.A.M. Kuipers, Characterizing solids mixing in DEM simulations[C], 6th International Conference on Multiphase Flow, Leipzig, Germany, 9-13 July, 2007 .

- [25] W. Godlieb, S. Gorter, N.G. Deen, et al. DEM and TFM simulations of solids mixing in a gas-solid fluidized bed[C], Seventh International Conference on CFD in the Minerals and Process Industries, CSIRO, Melbourne, Australia, 9-11 December, 2009
- [26]] P. M. C. Lacey. Developments in the theory of particle mixing[J]. Journal of applied chemistry, 4(1954)257-268.
- [27] M. M. H. D. Arntz, W. K. den Otter, W. J. Briels, et al. Granular Mixing and Segregation in a Horizontal Rotating Drum: A Simulation Study on the Impact of Rotational Speed and Fill Level[J], AIChE Journal, 54 (2008) 3133-3146.
- [28] G. R. Chandratilleke, A. B. Yu, J. Bridgwater, et al. A particle-scale index in the quantification of mixing of particles[J]. AIChE Journal, 58(2012) 1099-1118.
- [29] S. Siiriä, J. Yliruusi. Determining a value for mixing: Mixing degree [J]. Powder Technology, 196(2009) 309-317.
- [30] W. Godlieb, N.G. Deen, J.A.M. Kuipers, A discrete particle simulation study of solids mixing in a pressurized fluidized bed [C], 12th International Conference on Fluidization - New Horizons in Fluidization Engineering, Vancouver, Canada, 13-17 May, 2007.
- [31] M. J. Rhodes, X. S.Wang, M. Nguyen, et al. Study of mixing in gas-fluidized beds using a DEM model [J]. Chemical Engineering Science, 56(2001) 2859-2866.
- [32] M. Tasirin, S. K. Kamarudin, A. M. A. Hweage. Mixing process of binary polymer particles in different type of mixers[J]. Modern Applied Science, 3 (2009) 88-92.
- [33] F. L. Carter. Quantifying the concept of coordination number[J]. Acta Crystallographica Section B: Structural Crystallography and Crystal Chemistry, 34(1978) 2962-2966.
- [34] F. Hernández-Jiménez, «Numerical and experimental investigations on pseudo-2D gas fluidized beds,» Ph.D. dissertation, 2013.
- [35] Numerical Simulation of Turbulent Fluidized Bed with Geldart B Particles Advanced Powder Technology, Volumen 25, Número 6, noviembre 2014, páginas 1737-1747
Salma Benzarti, Hatem Mhiri, Herve Bournot, René Occeli
- [36] Effect of Vertical Baffles on Particles Mixing and Drying in Fluidized Beds of Group D Particles China Particuology, Volumen 1, Número 3, julio 2003, páginas 115-118 Chung Lim Law, Siti Masrinda Tasirin, Wan Ramli Wan Daud, Derek Geldart

- [37] MFIX on a Unix/Linux Workstation
MFIX, octubre 2015, páginas 11-18
Vikrant Verma, Jeff Dietiker, Aytekin Gel, Jordan Musser, Rahul Garg
- [38] Post Processing and Visualization
MFIX, octubre 2015, páginas 22-28Vikrant Verma, Jeff Dietiker, Aytekin Gel, Jordan Musser, Rahul Garg
- [39] Keywords in Input Data File (mfix.dat)
MFIX, octubre 2015, páginas 30-114
Vikrant Verma, Jeff Dietiker, Aytekin Gel, Jordan Musser, Rahul Garg
- [40] Fan, L. T., Bulk-solids mixing: overview, Sección 7.6. en “Handbook of Conveying and Handling of Particulate Solids”, editado por Levy A., Kalman, H., Elsevier, Amsterdam, 2001.
- [41] Holdich, R.G., Fundamentals of Particle Technology, Midland Information Technology and Publishing, United Kingdom, 2002.
- [42] Ortegas-Rivas, E., Handling and Processing of Food Powders and Particulars,
Capítulo 4 en “Encapsulated and Powdered Foods), editado por Onwulata C., CRS Press, Taylor & Francis Group, Boca Raton, FL, USA, 2005.
- [43] Walas, S.M., Chemical Process Equipment, Butterworth-Heinemann Series in Chemical Engineering, USA, 1990.